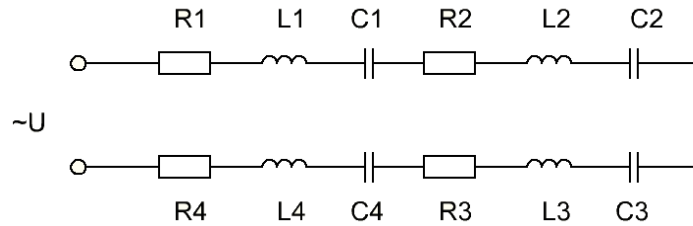


Задача №4

В електричному колі однофазного змінного струму послідовно з'єднані резистори, катушки і конденсатори. Використовуючи типову схему



і параметри кола, необхідно:

1. Накреслити електричну схему кола згідно варіанта.
2. Визначити закон зміни струму кола.
3. Скласти баланс потужностей джерела живлення і кола.
4. Побудувати векторну діаграму кола в системах координат.
5. Визначити резонансну частоту власних коливань кола.

Дано:

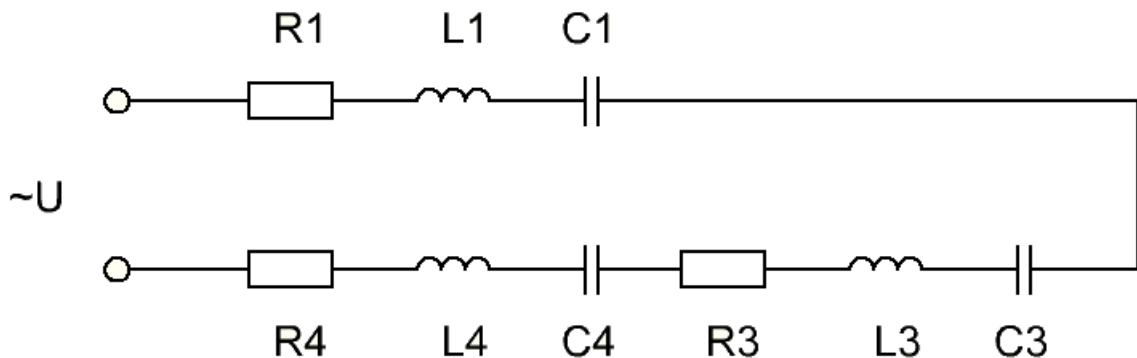
$$u(t) := 310 \cdot \sin(942 \cdot t - 15)$$

$$R1 := 20 \quad \text{Ом} \quad R2 := 0 \quad \text{Ом} \quad R3 := 15 \quad \text{Ом} \quad R4 := 10 \quad \text{Ом}$$

$$C1 := 212 \cdot 10^{-6} \quad \text{Ф} \quad C2 := 0 \quad \text{Ф} \quad C3 := 70 \cdot 10^{-6} \quad \text{Ф} \quad C4 := 35 \cdot 10^{-6} \quad \text{Ф}$$

$$L1 := 10 \cdot 10^{-3} \quad \text{Гн} \quad L2 := 0 \quad \text{Гн} \quad L3 := 21 \cdot 10^{-3} \quad \text{Гн} \quad L4 := 15 \cdot 10^{-3} \quad \text{Гн}$$

1. Накреслимо електричну схему кола згідно варіанта.



2. Визначимо закон зміни струму кола.

Задачу будемо розв'язувати за допомогою символьного метода.

Исходные данные для расчета

$$U_m := 310 \text{ В} \quad \varphi_{\text{рад}} := -15 \quad \omega := 942 \frac{\text{рад}}{\text{с}} \quad j := \sqrt{-1}$$

$$u(t) = 310 \cdot \sin(942 \cdot t - 15) \quad u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{\text{рад}})$$

В комплексном виде напряжение источника будет иметь вид

$$U_{ab} := U_m \cdot e^{j \cdot \varphi_{\text{рад}}} \quad U_{ab} = 310 \cdot e^{j \cdot (-15)} \text{ В} \quad U_{ab} = -235.503 - 201.589i \text{ В}$$

В комплексном виде сопротивления цепи будут иметь вид

$$\begin{aligned}
 R1 &= 20 \text{ Ом} & XL1 &:= j \cdot \omega \cdot L1 & XL1 &= 9.42i \text{ Ом} & XC1 &:= \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C1} & XC1 &= -5.007i \text{ Ом} \\
 R3 &= 15 \text{ Ом} & XL3 &:= j \cdot \omega \cdot L3 & XL3 &= 19.782i \text{ Ом} & XC3 &:= \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C3} & XC3 &= -15.165i \text{ Ом} \\
 R4 &= 10 \text{ Ом} & XL4 &:= j \cdot \omega \cdot L4 & XL4 &= 14.13i \text{ Ом} & XC4 &:= \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C4} & XC4 &= -30.331i \text{ Ом}
 \end{aligned}$$

Общее сопротивление цепи при последовательном соединении элементов равно сумме сопротивлений этих элементов

$$Z_{\text{общ}} := R1 + R3 + R4 + XL1 + XL3 + XL4 + XC1 + XC3 + XC4$$

$$Z_{\text{общ}} = 45 - 7.171i \text{ Ом}$$

Ток, протекающий по цепи, найдем по закону Ома

$$I_{\text{--}} := \frac{U_{\text{ab}}}{Z_{\text{общ}}} \quad I_{\text{--}} = -4.408 - 5.182i \text{ А}$$

Закон изменения тока будет иметь вид

$$I_{\text{m}} := |I_{\text{--}}| \quad |I_{\text{--}}| = \sqrt{\text{Re}(I_{\text{--}})^2 + \text{Im}(I_{\text{--}})^2} \quad I_{\text{m}} = 6.803 \text{ А}$$

$$\omega = 942 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\varphi_{\text{--}} := \arg(I_{\text{--}}) \quad \varphi_{\text{--}} = -2.276 \text{ рад} \quad \text{или} \quad \varphi_{\text{--градус}} := \frac{360}{2 \cdot \pi} \cdot \varphi_{\text{--}} \quad \varphi_{\text{--градус}} = -130.382$$

Итак закон изменения тока будет имеет вид

$$i(t) := I_{\text{m}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{\text{--}})$$

$$i(t) = 6.803 \cdot \sin(942 \cdot t - 2.276) \text{ А}$$

3. Составим баланс мощностей цепи

Полная мощность цепи равна произведению напряжения источника на сопряженный комплекс тока

Сопряженный комплекс тока равен

$$\overline{I_{\text{--}}} = -4.408 + 5.182i \text{ А}$$

Полная мощность источника

$$S_{\text{ист}} := U_{\text{ab}} \cdot \overline{I_{\text{--}}} \quad S_{\text{ист}} = 2.083 \times 10^3 - 331.899i \text{ В} \cdot \text{А}$$

Активная мощность источника

$$P_{\text{ист}} := \text{Re}(S_{\text{ист}}) \quad P_{\text{ист}} = 2.083 \times 10^3 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность источника

$$Q_{\text{ист}} := \text{Im}(S_{\text{ист}}) \quad Q_{\text{ист}} = -331.899 \text{ вар}$$

Определим полную активную мощность потребителей

$$P_{\text{потр}} := (R1 + R2 + R3 + R4) \cdot (|I_{\text{--}}|)^2 \quad (|I_{\text{--}}|)^2 = 46.281 \text{ А}$$

$$P_{\text{потр}} = 2.083 \times 10^3 \text{ Вт} \quad R1 + R2 + R3 + R4 = 45 \text{ Ом}$$

Баланс активных мощностей соблюдается

Определим полную реактивную мощность потребителей

$$Q_{\text{потр}} := |XL1 + XL3 + XL4 + XC1 + XC3 + XC4| \cdot (|I_-|)^2$$

Учитывая что

$$(|I_-|)^2 = 46.281 \quad \text{А}$$

$$XL1 + XL3 + XL4 + XC1 + XC3 + XC4 = -7.171i \quad \text{Ом}$$

Получаем

$$Q_{\text{потр}} = 331.899 \quad \text{вар}$$

Баланс реактивных мощностей соблюдается

4. Для построения векторной диаграммы вычислим значения напряжения на каждом элементе цепи

$$U_{R1} := I_- \cdot R1 \quad U_{R1} = -88.151 - 103.643i \quad \text{В}$$

$$U_{R3} := I_- \cdot R3 \quad U_{R3} = -66.113 - 77.732i \quad \text{В}$$

$$U_{R4} := I_- \cdot R4 \quad U_{R4} = -44.076 - 51.822i \quad \text{В}$$

$$U_{XL1} := I_- \cdot XL1 \quad U_{XL1} = 48.816 - 41.519i \quad \text{В}$$

$$U_{XL3} := I_- \cdot XL3 \quad U_{XL3} = 102.514 - 87.19i \quad \text{В}$$

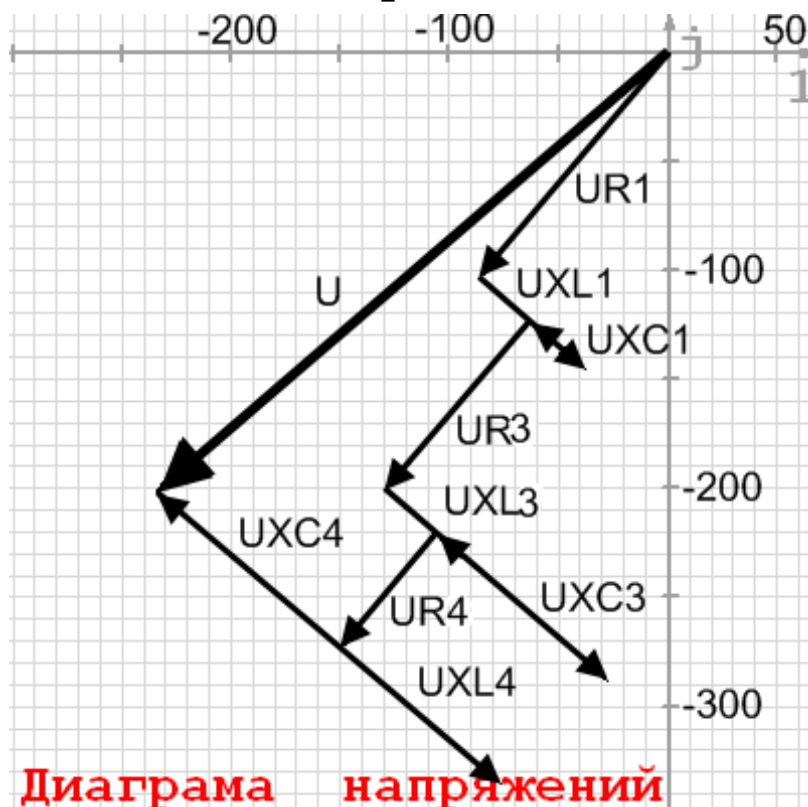
$$U_{XL4} := I_- \cdot XL4 \quad U_{XL4} = 73.224 - 62.279i \quad \text{В}$$

$$U_{XC1} := I_- \cdot XC1 \quad U_{XC1} = -25.949 + 22.07i \quad \text{В}$$

$$U_{XC3} := I_- \cdot XC3 \quad U_{XC3} = -78.589 + 66.842i \quad \text{В}$$

$$U_{XC4} := I_- \cdot XC4 \quad U_{XC4} = -157.178 + 133.684i \quad \text{В}$$

$$U_{ab} = -235.503 - 201.589i \quad \text{В}$$



5. Определить резонансную частоту

При последовательном соединении элементов, в схеме возможен резонанс напряжений.

Условие наступления резонанса

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \text{При этом} \quad I = \frac{U}{R}$$

Определим эквивалентную ёмкость цепи

$$C_e := \frac{1}{\frac{1}{C1} + \frac{1}{C3} + \frac{1}{C4}} \quad C_e = 2.102 \times 10^{-5} \quad \Phi$$

Определим эквивалентную индуктивность цепи

$$L_e := L1 + L3 + L4 \quad L_e = 0.046 \quad \text{Гн}$$

Резонансная циклическая частота будет равна

$$\omega_p := \frac{1}{\sqrt{L_e \cdot C_e}} \quad \omega_p = 1.017 \times 10^3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Резонансная частота будет равна

$$f := \frac{\omega_p}{2 \cdot \pi} \quad f = 161.855 \quad \text{Гц}$$